

Analisis Kemampuan Penalaran dan Pembuktian Matematis Siswa SMP pada Materi Sistem Persamaan Dua Variabel (SPLDV)

Rahmatia Prihantiny Putri¹, Abdul Jabbar¹, Iyon Maryono¹, Rifa Rizqiyani¹

¹Prodi Pendidikan Matematika, UIN Sunan Gunung Djati Bandung
Jl. Soekarno Hatta, Gedebage, Kota Bandung, Jawa Barat Indonesia

*Email: rahmatiapputri@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kemampuan penalaran dan pembuktian matematis siswa Sekolah Menengah Pertama (SMP) pada materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV). Penalaran dan pembuktian matematis merupakan keterampilan penting yang harus dikuasai siswa untuk memahami konsep-konsep matematika secara mendalam. Metode penelitian yang digunakan adalah deskriptif kualitatif dengan melibatkan 2 siswa sebagai subjek penelitian. Instrumen tes dan non-tes digunakan dalam metodologi pengumpulan data penelitian. Teknik pengumpulan data yang dilakukan dengan pemberian tes kemampuan penalaran dan pembuktian matematis serta non-tes dengan dilakukannya wawancara. Hasil penelitian menunjukkan bahwa berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan diperoleh bahwa pada kemampuan penalaran siswa sudah cukup baik dengan dikuasainya beberapa indikator meskipun ada beberapa yang belum dikuasai sedangkan pada kemampuan pembuktian matematis siswa dalam membaca pembuktian matematis sudah cukup baik walaupun masih ada yang keliru dalam konsep pembuktian langsung.

Kata kunci: Kemampuan Penalaran Matematis, Kemampuan Pembuktian Matematis

Abstract

This study aims to analyse the mathematical reasoning and proof skills of junior high school students on the material of System of Linear Equations of Two Variables (SPLDV). Mathematical reasoning and proof are important skills that students must master to understand mathematical concepts in depth. The research method used was descriptive qualitative involving 2 students as research subjects. Test and non-test instruments were used in the research data collection methodology. Data collection techniques were carried out by giving tests of mathematical reasoning and proof abilities and non-tests by conducting interviews. The results showed that based on the results of research and discussion, it was found that the reasoning ability of students was quite good with the mastery of several indicators even though there were some that had not been mastered while in the ability of mathematical proof students in reading mathematical proofs were quite good even though there were still some mistakes in the concept of direct proof.

Keywords: Mathematical Reasoning Ability, Mathematical Proof Ability

Copyright © 2025 The Authors. Published by Gunung Djati Conference Series This is an open access article distributed under the CC BY 4.0 license - <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

1. PENDAHULUAN

Matematika sebagai salah satu mata pelajaran pada setiap jenjang pendidikan formal dimulai dari SD, SMP, SMA, dan SMK. Matematika dipandang memegang peranan yang sangat penting dalam penguasaan ilmu pengetahuan dan teknologi (Widiati et al., 2020). Hal ini dikarenakan matematika sangat dibutuhkan dalam kehidupan sehari-hari dan merupakan ilmu penunjang bagi banyak mata pelajaran lainnya. Selain itu, proses pembelajaran matematika yang melatih kemampuan berpikir seseorang berperan dalam proses pemecahan masalah matematika, termasuk penggunaan ide-ide yang diperoleh selama pendidikan matematika, yang dipelajari dari tingkat sekolah dasar hingga perguruan tinggi. Menurut Nasution dalam (Dwi Novelza & Yanty Putri Nasution, 2023) yang mengemukakan bahwa untuk memiliki kemampuan berpikir hingga tingkat tinggi salah satu caranya dengan peningkatan kemampuan berpikir matematis siswa termasuk penalaran.

Menurut Sumartini dalam (Marniati et al., 2021) menyatakan bahwa penalaran matematis adalah suatu proses berpikir dalam menentukan sebuah argumen matematika benar atau salah yang selanjutnya digunakan untuk membuat suatu argumen matematika baru. Ario dalam (Dwi Novelza & Yanty Putri Nasution, 2023) menyatakan bahwa secara umum penalaran matematis dapat diklasifikasikan menjadi dua macam, yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif. Penalaran induktif merupakan penalaran yang berasal dari contoh yang diamati ataupun kasus-kasus yang diamati. Penalaran deduktif merupakan proses penalaran dari pengetahuan umum prinsip atau pengalaman yang membawa kita pada kesimpulan tentang sesuatu yang spesifik. Sehingga dapat disimpulkan bahwa kemampuan penalaran matematis merupakan berpikir secara logis untuk mendapatkan kesimpulan dalam studi matematika umum maupun khusus.

Kemampuan penalaran matematis sangat diperlukan siswa baik dalam proses memahami matematika itu sendiri maupun dalam kehidupan sehari-hari (Malik et al., 2022). Melalui pembelajaran matematika, kemampuan penalaran berperan baik dalam pemecahan masalah. Terlebih dalam kehidupan sehari-hari, kemampuan bernalar berguna pada saat menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang terjadi baik dalam lingkup pribadi, masyarakat dan institusi-institusi sosial lain yang lebih luas. Hal ini dapat membantu siswa dalam menyimpulkan dan membuktikan suatu pernyataan, membangun gagasan baru, sampai pada menyelesaikan masalah-masalah dalam matematika. Baroody, A. J., & Niskayuna, R. T. C. dalam (Ahmad et al., 2018) mengatakan bahwa penalaran merupakan alat yang sangat penting dalam matematika dan juga kehidupan sehari-hari. Sehingga dapat disimpulkan bahwa siswa akan dapat memahami konsep yang benar dalam mempelajari matematika dan untuk mencetuskan ide atau gagasan, siswa memerlukan kemampuan dalam penalaran. Sejalan dengan (Khaeroh et al., 2019) yang mengatakan bahwa kemampuan penalaran matematis adalah aspek yang sangat penting dalam pembelajaran matematika.

Adapun aspek lainnya yang penting dalam pembelajaran adalah kemampuan pembuktian matematis. Kemampuan ini bisa dikatakan sama dengan kemampuan penalaran matematis dilihat dari definisi dan beberapa indikator yang memiliki kesamaan (Hendana & Lestari, 2024). Hal ini sejalan dengan yang dipaparkan oleh (Herizal, 2020) yang menyatakan bahwa kemampuan pembuktian termasuk kedalam kemampuan penalaran

matematis. Oleh karena itu, selain kemampuan penalaran, kemampuan pembuktian juga menjadi unsur terpenting untuk memperoleh pemahaman yang jelas dalam matematika. Maya & Sumarmo dalam (Agustyaningrum et al., 2023) berpendapat bahwa kemampuan pembuktian matematis merupakan kemampuan yang harus dimiliki oleh semua siswa yang mempelajari matematika. Dengan menguasai kemampuan pembuktian matematis, siswa mampu memahami konsep dasar atau ciri-ciri matematika itu sendiri.

Kemampuan penalaran dan pembuktian juga memiliki peranan penting dalam meningkatkan kemampuan literasi matematika. Dalam hal ini, kemampuan penalaran dan pembuktian matematis menjadi dasar dalam proses literasi matematika (Ayuningtyas et al., 2019). Selain itu, dapat meningkatkan pengetahuan kognitif siswa dalam belajar matematika dengan melatih dan meningkatkan penalaran khususnya dalam penalaran aljabar yang penuh dengan bahasa simbol. Penalaran aljabar dapat membuat siswa memahami dan menghubungkan ekspresi matematika, menghubungkan ide-ide atau konsep matematika yang dapat direpresentasikan menjadi bahasa yang mudah dipahami dalam pembelajaran matematika misalnya dalam bentuk grafik, atau gambar, serta matematika informal (UYGUN-ERYURT, 2020). Pentingnya kemampuan penalaran matematis dimiliki siswa agar dapat memudahkan siswa dalam menyelesaikan permasalahan yang terbilang sulit (Marniati et al., 2021). Namun, faktanya kemampuan penalaran matematis siswa di lapangan masih dikatakan rendah. Rendahnya kemampuan penalaran matematis siswa dibuktikan dengan hasil penelitian yang telah dilakukan oleh (Asoraya & Martila Ruli, 2022) di SMP Negeri 2 Karawang Barat menunjukkan bahwa pencapaian siswa terhadap kemampuan penalaran matematis masih rendah. Sehingga dibutuhkan taktik atau metode pengajaran yang dapat menarik minat siswa khususnya dalam pembelajaran matematika guna meningkatkan proses bernalar siswa. Begitu juga dengan kemampuan pembuktian matematis berdasarkan penelitian (Manurung et al., 2024) hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan pembuktian matematis mahasiswa secara keseluruhan pada kategori rendah dengan rerata skor 41,67 (skala 100).

Pesatnya perkembangan zaman mengakibatkan ada beberapa aspek yang masih perlu untuk dilakukan penelitian mengenai kemampuan penalaran dan pembuktian matematis. Banyak hal yang masih perlu penelitian lebih lanjut karena seperti yang diketahui bahwa berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh (Vebrian et al., 2021) tingkat penguasaan kemampuan penalaran matematis siswa sangat rendah dari semua indikator kemampuan penalaran matematis. Penyebab sangat rendahnya kemampuan penalaran matematis siswa karena tidak terbiasa mengerjakan soal penalaran, kurang menguasai konsep, dan sulit dalam memahami soal. Oleh karena itu, perlu melakukan penelitian lebih lanjut untuk mengetahui strategi-strategi penalaran yang efektif dalam menyelesaikan masalah aljabar. Hal ini dapat membantu guru dalam merancang pembelajaran yang lebih efektif dan meningkatkan kemampuan siswa dalam menerapkan konsep aljabar.

Berkaitan dengan konteks yang sudah diuraikan, maka penelitian ini dilakukan dengan tujuan untuk menelaah pencapaian siswa untuk setiap indikator kemampuan penalaran dan pembuktian matematis siswa kelas VIII di tingkat SMP dalam menyelesaikan masalah pada materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV). Dengan demikian judul ada penelitian ini adalah "Analisis Kemampuan Penalaran dan Pembuktian Matematis Siswa SMP pada Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)".

2. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan ialah metode penelitian deskriptif kualitatif, dimana penelitian deskriptif kualitatif bertujuan untuk menggambarkan secara sistematis fakta dan karakteristik objek atau subjek yang diteliti secara tepat (Sukardi, 2007). Penelitian ini dilakukan dengan materi SPLDV. Subjek dalam penelitian ini yaitu melibatkan 2 orang siswa kelas VIII. Jenis penelitian deskriptif kualitatif diharapkan bisa menggambarkan secara nyata dan fakta yang terjadi di lapangan.

Instrumen tes dan non-tes digunakan dalam metodologi pengumpulan data penelitian. Empat soal uraian tentang materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) merupakan instrumen tes dimana dua soal mencakup indikator kemampuan penalaran dan 2 soal mencakup indikator pembuktian matematis. Sedangkan wawancara tidak terstruktur sebagai instrumen non-tes. Setelah membuat soal tes, selanjutnya membuat rubrik penskoran untuk menilai hasil kerja siswa terhadap soal tes kemampuan penalaran dan pembuktian matematis yang telah diberikan. Peneliti juga membuat kunci jawaban agar mempermudah mengoreksi jawaban dari siswa terhadap tes kemampuan penalaran dan pembuktian matematis yang telah diberikan. Sebelum diujikan, instrumen tersebut dilakukan uji validitas logis dan empiris. Uji validitas logis atau teoritik pada penelitian ini dilakukan dengan mengkonsultasikan instrumen kepada teman seprodi pendidikan matematika dan dosen. Validasi diarahkan pada kesesuaian soal dengan indikator, materi, kesesuaian bahasa, kejelasan simbol yang digunakan sehingga dapat dengan mudah dipahami oleh siswa.

Teknik analisis data yang digunakan dalam penelitian ini meliputi reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Reduksi data dilakukan dari perolehan hasil jawaban siswa, menentukan subjek penelitian dengan kategori tinggi, sedang, atau rendah, kemudian wawancara. Tahap penyajian data dilihat dari jawaban dan wawancara dengan subjek yang diteliti. Kemudian tahap penarikan kesimpulan, peneliti mendeskripsikan temuan keterampilan penalaran dan pembuktian matematis pada setiap indikatornya. Penilaian hasil tes siswa didasarkan pada masing-masing indikator yang hendak dicapai. Sistem skor untuk mengevaluasi kapasitas peserta didik untuk penalaran dan pembuktian matematis dimodifikasi dari Thompson (Suprihatin, et al., 2018) pada tabel 1 berikut.

Tabel 1. Sistem Skor Untuk Penalaran dan Pembuktian Matematis

Skor	Kriteria Penilaian
5	Siswa dapat mengerjakan soal dengan lengkap dan benar
4	Siswa dapat mengerjakan soal dengan benar, namun terdapat kekeliruan
3	Siswa dapat menyelesaikan sebagian jawaban saja
2	Siswa dapat menyelesaikan sebagian jawaban saja, namun masih keliru
1	Siswa mengerjakan dengan asal-asalan atau setidaknya satu argumen yang meyakinkan
0	Tidak ada respon siswa terhadap soal yang diajukan

Dengan menerapkan rumus di bawah ini, dapat menghitung proporsi kemampuan penalaran dan pembuktian matematis siswa di setiap kategori.

$$X = \frac{\text{skor total}}{\text{skor maksimum}} \times 100\%$$

Adapun pedoman penskoran atau kategori kemampuan penalaran dan pembuktian matematis, peneliti menggunakan acuan menurut Maya (2011) dapat dilihat pada tabel 2.

Tabel 2. Persentase Kategori Kemampuan Penalaran dan Pembuktian Matematis

Pencapaian Siswa	Kategori
> 70%	Tinggi
55% ≥ 70%	Sedang
≤ 55%	Rendah

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Hasil Penelitian

Data hasil penelitian diperoleh dari hasil tes kemampuan penalaran dan pembuktian matematis siswa berdasarkan indikator yang telah ditentukan. Pada kemampuan penalaran penulis berdasar pada indikator penalaran yang dikemukakan oleh Romadhina (Herdiana, Rohaeti & Sumarmo, 2018). Berpedoman pada indikator tersebut, peneliti memilih beberapa indikator yang digunakan, diantaranya

1. Mampu mengajukan dugaan
2. Mampu melakukan manipulasi
3. Mampu menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti pada suatu kebenaran
4. Mampu menarik kesimpulan dari pernyataan
5. Mampu menemukan pola atau sifat matematika untuk membuat generalisasi.

Sedangkan pada kemampuan pembuktian, peneliti menggunakan indikator dengan berpedoman dari (Lestari & Yudhanegara, 2015) mengenai indikator pembuktian matematis, maka dalam penelitian ini indikator yang akan diujikan adalah sebanyak tiga buah indikator, yaitu:

1. Membaca dan memahami pembuktian matematis.
2. Menyajikan bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis.
3. Melakukan pembuktian secara langsung, tidak langsung atau dengan induksi matematika.

Dari hasil tes kemampuan penalaran dan pembuktian matematis tersebut, peneliti mengkategorikan siswa berdasarkan nilainya. Pada kemampuan penalaran dan pembuktian diperoleh 1 siswa dengan kemampuan penalaran tingkat tinggi dan 1 siswa dengan kemampuan penalaran tingkat rendah.

Selanjutnya dilakukan analisis jawaban, Analisis jawaban hasil tes penalaran siswa diamati dari bagaimana mereka menyelesaikan masalah, serta ketelitian siswa dalam menjawab soal yang diberikan dengan konsep dan pokok yang ada pada materi tersebut, dan juga temuan wawancara mendukung analisis terhadap 2 siswa yang mencerminkan kategori tinggi dan rendah Berikut hasil analisis jawabannya:

a. Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) pada Siswa Tingkat Tinggi.

Dibawah ini adalah hasil pengerjaan siswa mengenai soal penalaran matematis yang diujikan melalui soal uraian dengan materi system persamaan linear dua variable (SPLDV) nomor 1 dan 2 pada tingkat kemampuan penalaran siswa tingkat tinggi. Hal ini bisa dilihat sebagai berikut:

Diketahui
 Waktu berangkat meisa : 06:15
 kecepatan motor meisa : 5 km / Jam + Dita
 waktu berangkat dita : 12 menit setelah
 meisa maka
 = 06:27
 Ditanya kecepatan dita : ? km
 Rumus Jarak $S = v \cdot t$
 misalkan $S = y$ & $t = x$, maka
 * kecepatan meisa : $S = v \cdot t$
 $y = 50x \dots (1)$
 * kecepatan dita : $S = v \cdot t$
 $= y = v \cdot (x - \frac{1}{5}) \dots (2)$
 Dita menyusul meisa dim waktu 45 m
 atau dim $\frac{3}{4}$ Jam maka nilai $x = \frac{3}{4}$
 * Rumuskan / substitusi kan ke pers (1)
 $y = 50x$
 $y = 50 \cdot (\frac{3}{4})$
 $y = 37.5$ km
 maka di peroleh jarak $y = 37.5$ km
 maka kecepatan motor dita adalah

dengan memasukkan nilai y & x pada pers
 2 maka
 $y = v \cdot (x - \frac{1}{5})$
 $37.5 = v \cdot (\frac{3}{4} - \frac{1}{5})$
 $37.5 = v \cdot \frac{11}{20}$
 $v = 68.2$
 maka kecepatan kendaraan dita agar dapat
 menyusul meisa dim waktu 45 m adalah
 68.2 km/jam

Gambar 1. Jawaban Siswa Kemampuan Tinggi Nomor 1

Berdasarkan hasil nomor 1 dari gambar diatas, siswa dapat mengerjakan soal mengenai system persamaan dua variable (SPLDV). Siswa mampu memenuhi indicator mampu mengajukan dugaan dengan benar, mampu melakukan manipulasi matematika dengan benar dan tepat. Siswa mampu menyusun bukti dan memberikan alasan atau bukti pada suatu kebenaran, mampu menentukan pola untuk membuat generalisasi dan mampu menarik kesimpulan dari pernyataan dengan benar.

Untuk lebih memperjelas hasil jawaban siswa, maka dilakukan wawancara antara peneliti (P) dan siswa (S). adapun hasilnya sebagai berikut:

P: Apakah kamu mengerti dengan soal tersebut?

S: iya mengerti

P: apakah kamu pernah mengerjakan soal tersebut?

S: Belum pernah, pernah mengerjakan soal yang mirip seperti soal tersebut

P: apakah kamu memiliki kesulitan dalam menyelesaikan soal?

S: Tidak ada

P: Bagaimana langkah yang diunakan dalam mengerjakan soal tersebut?

S: Tulis dulu diketahui dan ditanya. Setelah itu diubah kedalam model matematikanya. Baru digunakan metode substitusi dan eliminasi untuk menyelesaikannya.

P: apakah ada informasi lain yang digunakan dalam menyelesaikan soal?

S: Ada

P: informasi apa?

S: disoal diketahui kecepatan dan waktu jadi harus tahu rumus jaraknya

P: okeh berarti sudah paham ya?

S: iya, Paham.

Soal nomor 2

Handwritten student work for problem 2, showing a system of linear equations and their solution using elimination.

2. Dik
 jarak $\rightarrow$ = 3.500 km
 jarak $\leftarrow$ = 2.900 km
 waktu = 9 jam
 Ditanya: kecepatan Pesawat

Jawab
 $X = 3.500$ km
 $Y = 2.900$ km
 $W = 9$ jam
 $Z = \dots ?$

$X = \frac{3.500}{9} = 375$ km/jam
 $Y = \frac{2.900}{9} = 322$ km/jam

$X + Y = \frac{3.500}{9} = 375$ km/jam
 $X - Y = \frac{2.900}{9} = 322$ km/jam

$X + Y = 375$
 $X - Y = 322$
 $\hline 2Y = 57$
 $Y = 28,5$
 $X = 375 - 28,5 = 346,5$
 $X = 346,5$

Gambar 2. Jawaban Siswa Kemampuan Tinggi Nomor 2

Berdasarkan hasil nomor 2 dari gambar diatas, siswa mampu mengajukan dugaan tetapi belum mampu untuk memanipulasi dengan tepat. Siswa masih ragu dalam manipulasi data dalam Bahasa matematika. Akan tetapi siswa mampu menyusun bukti pada suatu kebenaran dengan baik. Siswa mampu menemukan pola untuk membuat generalisasi tetapi karena siswa belum mampu manipulasi data sehingga untuk oenarikan kesimpulannya siswa belum tepat.

Untuk lebih memperjelas hasil jawaban siswa, maka dilakukan wawancara antara peneliti (P) dan siswa (S). adapun hasilnya sebagai berikut:

P: Apakah kamu mengerti dengan soal tersebut?

S: kurang mengerti, ibu.

P: apa yang tidak kamu mengerti dari soal tersebut?

S: saya kurang memahami soal ibu.

P: apa yang tidak kamu pahami dan kenapa?

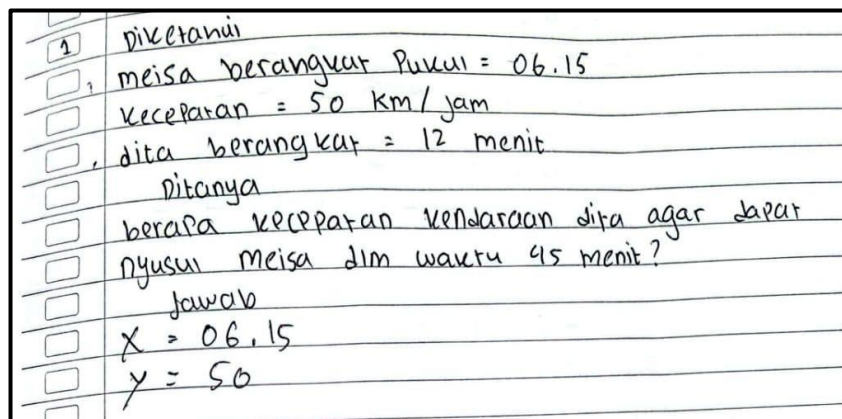
S: disoalnya ada kecepatan angin dan pesawat yang berlawanan arah, jadi saya kurang mengerti saat membuat model matematikanya bu

P: apakah masih ada yang tidak dimengerti?

S: ada ibu, saya bingung saat eliminasinya bu.

b. Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) pada Siswa Tingkat Rendah.

Dibawah ini adalah hasil pengerjaan siswa mengenai soal penalaran matematis yang diujikan melalui soal uraian dengan materi system persamaan linear dua variable (SPLDV) pada tingkat kemampuan penalaran siswa tingkat rendah Hal ini bisa dilihat seperti pada Gambar 3.



Gambar 3. Jawaban Siswa Kemampuan Rendah Nomor 1

Berdasarkan hasil nomor 1 dari gambar diatas, siswa mampu mengajukan dugaan dengan tepat dan benar. Tetapi siswa belum mampu membuat manipulasi matematika, siswa belum mampu menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti pada suatu kebenaran. Siswa juga belum mampu menemukan pola dan menarik kesimpulan dari suatu pernyataan

Untuk lebih memperjelas hasil jawaban siswa, maka dilakukan wawancara antara peneliti (P) dan siswa (S). adapun hasilnya sebagai berikut:

P: Apakah kamu mengerti dengan soal tersebut?

S: tidak mengerti bu.

P: apa yang kamu tidak mengerti?

S: semuanya bu

P: coba tunjukkan dibagian mana?

S: saya bingung bu untuk membuat model matematikannya dan bingung untuk membuat pemisalnya.

P: yang mana yang bingung?

S: saya bingung ibu, untuk membuat persamaanya karena dita ada dua waktu yaitu 12 menit atau 45 menit? Terus saya juga bingung kecepatannya apa?

Soal nomor 2

Gambar 4. Jawaban Siswa Kemampuan Rendah Nomor 2

Berdasarkan hasil nomor 2 dari gambar diatas, siswa belum mampu mengajukan dugaan dengan benar dan belum memanipulasi data dengan tepat. Siswa langsung menulis saja dalam model matematikanya. Berdasarkan jawaban tersebut terlihat siswa mampu menyusun bukti atau memberikan kebenaran atau bukti serta mampu menemukan pola dalam, tetapi sisi belum mampu menarik kesimpulan karena belum mampu mengajukan dugaan dengan baik.

Untuk lebih memperjelas hasil jawaban siswa, maka dilakukan wawancara antara peneliti (P) dan siswa (S). adapun hasilnya sebagai berikut:

P: Apakah kamu mengerti dengan soal tersebut?

S: sedikit mengerti, ibu.

P: apa yang kamu mengerti dari soal tersebut?

S: Di soalnya ada kecepatan pesawat dan juga kecepatan angina karena arahnya berlawanan maka saya tulis salah satu persamaanya kurang bu.

P: tetapi dijawab kamu tidak ada tanda pesawat dan angina

S: maaf bu saya lupa

P: kenapa persamaanya menjadi 875 dan 600?

S: iya bu, karena kecepatan. Jadi saya pakai rumus jarak

P: kenapa pada soal sebelumnya kamu tidak menjawab, padahal masih berkaitan dengan jarak

S: maaf bu, waktunya tidak cukup jadi saya kosongin saja.

c. Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Sistem Persamaan Lier Dua Variabel (SPLDV) pada Siswa Tingkat Tinggi.

Dibawah ini adalah hasil pengerjaan siswa mengenai soal pembuktian matematis yang diujikan melalui soal uraian dengan materi system persamanaan linear dua

variable (SPLDV) nomor 3 dan 4 pada tingkat kemampuan pembuktian siswa tingkat tinggi. Hal ini bisa dilihat sebagai berikut:

Gambar 5. Jawaban Siswa Kemampuan Tinggi Nomor 3

The image shows two handwritten mathematical solutions for a system of linear equations in two variables (SPLDV). The left side shows a solution using the elimination method, and the right side shows a solution using the substitution method.

Left Side (Elimination Method):

$$\begin{aligned} 2a + 3b &= 95.000 \\ 3a + 2b &= 95.000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \times 3 & \quad 6a + 9b = 285.000 \\ \times 2 & \quad 6a + 4b = 190.000 \\ \hline & \quad 5b = 95.000 \\ & \quad b = 19.000 \end{aligned}$$

Di Substitusikan $b = 19.000$

$$\begin{aligned} 2a + 3b &= 95.000 \\ 2a + (3 \times 19.000) &= 95.000 \\ 2a + 57.000 &= 95.000 \\ 2a &= 95.000 - 57.000 \\ 2a &= 38.000 \\ a &= \frac{38.000}{2} = 19.000 \\ a &= 19.000 \end{aligned}$$

Right Side (Substitution Method):

$$\begin{aligned} 3a + 2b &= 2a + 3b \\ 3(19.000) + 2(19.000) &= 2(19.000) + 3(19.000) \\ 57.000 + 38.000 &= 38.000 + 57.000 \\ 95.000 &= 95.000 \end{aligned}$$

Jadi, kesimpulannya Pernyataan di atas benar.

Berdasarkan hasil nomor 3 dari gambar diatas, siswa mampu menyajikan bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis. mampu memanfaatkan konsep terkait ketika melakukan proses pembuktian. Tetapi siswa tidak menjabarkan asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan yang akan dibuktikan kedalam bentuk operasional dalam langkah pembuktian.

Untuk lebih memperjelas hasil jawaban siswa, maka dilakukan wawancara antara peneliti (P) dan siswa (S). adapun hasilnya sebagai berikut:

P: Apakah kamu mengerti dengan soal tersebut?

S: mengerti pak.

P: apa yang kamu mengerti dari soal tersebut?

S: Di soalnya ada barang A dan barang B saya misalkan harga barang A=a dan harga barang B setelah itu saya bisa mencari harga barang tersebut menggunakan metode campuran setelah itu saya substitusi nilai a dan b kekedua persamaan tersebut untuk mengecek bukti peernyataannya.

P: keren, tapi ada yang kelupaan kamu tidak menuliskan asumsi/pemisalannya.

Soal nomor 4

The image shows a handwritten mathematical solution for a system of linear equations in two variables (SPLDV). The student shows the equations, substitutes values, and concludes that the statement is false.

$$\begin{aligned} 4. \quad (x, y) &\neq (2, 1) \\ 2x + 4y &= 8 \rightarrow 2(2) + 4(1) = 4 + 4 = 8 \text{ (Benar)} \\ 3x - y &= 2 \rightarrow 3(2) - (1) = 6 - 1 = 5 \text{ (Salah)} \end{aligned}$$

Jadi ~~Pernyataan~~ $(x, y) = (2, 1)$ adalah Salah.

Gambar 6. Jawaban Siswa Kemampuan Tinggi Nomor 3

Berdasarkan hasil nomor 4 dari gambar diatas, siswa mampu melakukan pembuktian secara langsung. Dengan memanfaatkan informasi yang ada disoal siswa dapat membuktikan pernyataan tersebut dengan baik.

Untuk lebih memperjelas hasil jawaban siswa, maka dilakukan wawancara antara peneliti (P) dan siswa (S). adapun hasilnya sebagai berikut:

P: Apa yang kamu lakukan sebelum menyelesaikan soal pembuktian tersebut?

S: saya awalnya bingung setelah saya menyadari ada yang bisa saya gunakan lalu saya substitusikan nilainya.

P: Apa kesimpulan dari langkah-langkah pembuktian yang kamu kerjakan?

S: dengan saya mensubstitusi nilainya dengan menggunakan pembuktian secara langsung saya mendapatkan bahwa pernyataan tersebut salah.

d. Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) pada Siswa Tingkat Sedang.

Dibawah ini adalah hasil pengerjaan siswa mengenai soal pembuktian matematis yang diujikan melalui soal uraian dengan materi system persamaan linear dua variable (SPLDV) nomor 3 dan 4 pada tingkat kemampuan pembuktian siswa tingkat sedang. Hal ini bisa dilihat sebagai berikut:

Problem 3:

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 95.000 \\ 3x + 2y &= 95.000 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 95.000 \quad | \times 2 | \quad 4x + 6y = 190.000 \\ 3x + 2y = 95.000 \quad | \times 3 | \quad 9x + 6y = 285.000 \\ \hline -5x + 0 = -95.000 \\ -5x = -95.000 \\ x = \frac{-95.000}{-5} \\ x = 19.000 \end{array}$$

Substitusi ke $x = 19.000$

$$\begin{aligned} 2(19.000) + 3y &= 95.000 \\ 38.000 + 3y &= 95.000 \\ 38.000 - 38.000 + 3y &= 95.000 - 38.000 \\ 0 + 3y &= 57.000 \\ 3y &= 57.000 \\ y &= \frac{57.000}{3} \\ y &= 19.000 \end{aligned}$$

Problem 4:

$$3x + 2y = 3x + 2y$$

$$\begin{aligned} 2(19.000) + 3(19.000) &= 3(19.000) + 2(19.000) \\ 38.000 + 57.000 &= 57.000 + 38.000 \\ 95.000 &= 95.000 \end{aligned}$$

Gambar 7. Jawaban Siswa Kemampuan Tinggi Nomor 3

Berdasarkan hasil nomor 3 dari gambar diatas, siswa mampu menyajikan bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis. mampu memanfaatkan konsep terkait ketika melakukan proses pembuktian. Tetapi siswa tidak menjabarkan asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan yang akan dibuktikan kedalam bentuk operasional dalam langkah pembuktian dan tidak memberikan argument atau kesimpulannya.

Untuk lebih memperjelas hasil jawaban siswa, maka dilakukan wawancara antara peneliti (P) dan siswa (S). adapun hasilnya sebagai berikut:

P: Apakah kamu mengerti dengan soal tersebut?

S: mengerti pak.

P: apa yang kamu mengerti dari soal tersebut?

S: Di soalnya ada barang A dan barang B saya misalkan harga barang A=a dan harga barang B setelah itu saya bisa mencari harga barang tersebut menggunakan metode apay a lupa Namanya.

P: metode eliminasi dan substitusi, setelah itu?

S: Ohiya pak, setelah itu saya substitusi nilai a dan b kekedua persamaan tersebut untuk mengecek bukti peernyataannya.

P: kamu lupa menuliskan asumsi/pemisalnya dan juga Kesimpulan dari pembuktian yang kau lakukan.

Soal nomor 4

4 jawab
 ~~$2x + 4y = 8$~~
 ~~$2(2) + 4(1) = 8$~~
 $2x + 4y = 8$
 $2(2) + 4(1) = 8$
 $4 + 4 = 8$
 $3x - y = 2$
 $3(2) - 1 = 2$
 $6 - 1 = 2$
 $5 \neq 2$
 Persamaan di atas tdk memenuhi persyaratan

Gambar 8. Jawaban Siswa Kemampuan Tinggi Nomor 3

Berdasarkan hasil nomor 4 dari gambar diatas, siswa mampu melakukan pembuktian secara langsung. Dengan memanfaatkan informasi yang ada disoal siswa dapat membuktikan pernyataan tersebut dengan baik.

Untuk lebih memperjelas hasil jawaban siswa, maka dilakukan wawancara antara peneliti (P) dan siswa (S). adapun hasilnya sebagai berikut:

P: Apa yang kamu lakukan sebelum menyelesaikan soal pembuktian tersebut?

S: saya awalnya mengerjakan dengan cara yang salah, setelah saya menyadari bahwa saya mengerjakan dengan cara yang saya kerjakan lalu saya substitusikan nilainya.

P: Apa kesimpulan dari langkah-langkah pembuktian yang kamu kerjakan?

S: setelah saya substitusi nilainya saya mendapatkan bahwa pernyataan tersebut salah.

3.2. Pembahasan

Siswa dengan kemampuan penalaran tinggi sudah mampu menyelesaikan semua indicator penalaran matematis. Hasil dari pengerjaannya dan wawancara yang dilakukan menunjukan siswa mampu melakukan dugaan berdasarkan pengalaman, pengetahuan melakukan pertimbangan, melihat informasi yang digunakan untuk memecahkan masalah dengan benar dan tepat. Akan tetapi untuk indicator melakukan manipulasi siswa belum tepat sehingga mengakibatkan penarikan kesimpulannya juga belum tepat. Belum tercapainya penarikan kesimpulan, menurut kemampuan penalaran yang dikemukakan oleh Hendriana dan Soemarmo (Hafizatur,

2018: 11) bahwa siswa tersebut belum memiliki kemampuan penalaran deduktif dalam menarik kesimpulan berdasarkan aturan yang disepakati.

Siswa dengan kemampuan penalaran rendah belum mampu membedakan antara indikator mengajukan dugaan dan melakukan manipulasi matematika sehingga belum mampu memberikan penarikan kesimpulan dengan benar. Selain itu siswa dengan kemampuan penalaran rendah belum mampu memberikan alasan atau bukti terhadap solusi. Hal ini sesuai dengan makna penalaran matematis siswa menurut Rohana (Afif, 2016:23) bahwa kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal membutuhkan kemampuan memahami ide matematika yang lebih mendalam. Selanjutnya, kemampuan penalaran matematis siswa yang rendah menunjukkan bahwa siswa tersebut belum memahami masalah yang dihadapi, belum dapat memperkirakan solusi penyelesaian. Siswa juga membutuhkan waktu untuk memahami soal penalaran dengan baik.

Dari kelima indikator yang digunakan dalam penelitian ini, berdasarkan hasil tes dan wawancara, siswa masih sulit dalam melakukan manipulasi, menyusun bukti dan menarik kesimpulan. Oleh karena itu, kemampuan penalaran matematis siswa perlu ditingkatkan lagi karena kemampuan penalaran ini sangat penting dalam kehidupan sehari-hari. Hal ini sesuai dengan pendapat (Alim et al., 2020) yang mengungkapkan bahwa siswa perlu didorong menghadapi masa depan dan mengikuti perkembangan zaman. Untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa harus dibiasakan mengungkapkan argument mereka secara tertulis serta dapat memprioritaskan kemampuan pemahaman konsep yang baik (Ariati, 2016). Siswa akan mudah dalam menyampaikan matematika baik secara lisan maupun tulisan jika penalaran matematisnya dapat dikembangkan dengan baik (Muslimin & Sunardi, 2019).

Siswa dengan kemampuan pembuktian tinggi dan sedang pada tahap awal mengerjakan soal mengawali dengan berusaha memahami dan mengamati soal, melalui membaca soal. Pada tahap awal sebenarnya kedua siswa mampu mengidentifikasi asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan yang akan dibuktikan dan memanfaatkan dengan tepat sebagai modal dalam menentukan langkah awal pembuktian. Sayangnya kedua siswa tidak menjabarkan asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan yang akan dibuktikan kedalam bentuk operasional dalam langkah pembuktian. Mengacu pada jawaban dan penjelasan kedua siswa terkait langkah awal yang digunakan untuk melakukan pembuktian, tidak terdapat kekeliruan atau kesulitan dalam mengidentifikasi asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan. Kedua siswa mampu memahami dan cukup menguasai konsep terkait dengan pembuktian matriks pada soal tersebut dan mampu memanfaatkan konsep terkait ketika melakukan proses pembuktian terutama siswa dengan kemampuan tingkat tinggi. Dalam hal ini yang membedakan antara kemampuan tingkat tinggi dan sedang adalah pada menyusun sebuah argumen. Dimana dengan pernyataan-pernyataan dan aturan-aturan yang ada, SS mencoba menggunakannya sebagai dasar untuk membuktikan pernyataan-pernyataan yang lain dengan benar dengan membangun konsepnya sendiri seperti melakukan pemisalan. Oleh karena itu, kemampuan pembuktian matematis siswa perlu ditingkatkan lagi karena sangat penting dalam kehidupan sehari-hari. Dengan melakukan

pembiasaan terhadap mengerjakan soal yang membutuhkan pembuktian. Disamping itu, guru perlu lebih sering memberikan soal-soal non rutin sehingga dapat menarik perhatian siswa untuk belajar dan menantang kemampuan pembuktian siswa untuk menyelesaikan masalah yang ditemui.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan diperoleh bahwa pada kemampuan penalaran siswa dapat menguasai mengajukan dugaan, mampu menguasai indikator menemukan pola dan membuat generalisasi. Namun pada indikator melakukan manipulasi siswa belum mampu. Ketidakmampuan siswa pada indikator ini mengakibatkan pada indikator menarik kesimpulan juga belum tepat. Selain kedua indikator ini, siswa juga belum mampu pada indikator menyusun bukti dan memberikan alasan atau bukti pada suatu kebenaran.

Sedangkan pada kemampuan pembuktian matematis siswa dalam membaca pembuktian matematis sudah cukup baik walaupun masih ada yang keliru dalam konsep pembuktian langsung karena tidak tahu bagaimana cara memulai bukti. Tetapi untuk indikator lainnya siswa sudah cukup menguasai dengan baik. Siswa juga sudah dapat mengoptimalkan seluruh kemampuan terutama kemampuan penalaran dan pembuktian matematisnya dalam mengerjakan soal SPLDV sehingga mencoba sebisanya dalam mengerjakan soal meskipun ketika mengalami kesulitan.

REFERENSI

- Agustyaningrum, N., Pradanti, P., Krisma, D. A., Tidar, U., & Magelang, K. (2023). masalah pembuktian matematis . Kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan pembuktian. *Lebesgue: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Matematika Dan Statistika*, 4(3), 1687–1699.
- Ahmad, G., Akbar, M., Diniyah, A. N., Akbar, P., Nurjaman, A., Bernard, M., & Siliwangi, I. (2018). Analisis Kemampuan Kemampuan Penalaran dan Self Confidence Siswa SMA dalam Materi Peluang. *Journal on Education*, 1(1), 14–21. <https://jonedu.org/index.php/joe/article/view/5>
- Asoraya, M. S., & Martila Ruli, R. (2022). Analisis Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa SMP pada Materi Relasi dan Fungsi. *Radian Journal: Research and Review in Mathematics Education*, 1(2), 89–96. <https://doi.org/10.35706/rjrrme.v1i2.6537>
- Ayuningtyas, W., Mardiyana, & Pramudya, I. (2019). Analysis of student's geometry reasoning ability at senior high school. *Journal of Physics: Conference Series*, 1188(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1188/1/012016>
- Dwi Novelza, I., & Yanty Putri Nasution, E. (2023). Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas XI SMA Negeri dengan Materi Limit Fungsi Aljabar. *Nabla Dewantara: J.Pendidik.Matematika*, 8(1), 11–19. <https://doi.org/10.51517/nabla.v8i1.165>
- Hendana, I. P., & Lestari, K. E. (2024). Pengaruh kemampuan penalaran matematis terhadap kemampuan pembuktian matematis siswa. *Jurnal Ilmiah Matematika Realistik (JI-MR)*, 1(1), 198–204.
- Herizal, H. (2020). Faktor yang Memengaruhi Kemampuan Pembuktian Matematis Siswa [Factors that Influence Students' Mathematical Proof Ability]. *Vygotsky*, 2(1), 33.
- Khaeroh, A., Anriani, N., & Mutaqin, A. (2019). Pengaruh Model Pembelajaran Problem Based Learning Terhadap Kemampuan Penalaran Matematis. *TIRTAMATH: Jurnal*

Penelitian Dan Pengajaran Matematika, 2(1), 73.
<https://doi.org/10.48181/tirtamath.v2i1.8570>

- Malik, R. P., Afandi, A., Nani, K. La, & Hamid, H. (2022). Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika pada Materi Bentuk Aljabar di SMP Negeri 3 Kota Ternate. *Jurnal Pendidikan Guru Matematika*, 2(1), 76–86. <https://doi.org/10.33387/jpgm.v2i1.4130>
- Manurung, S. L., Putri, S. D., Nurjannah, S., & Risha, Y. (2024). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal pada Materi Ring dan Sifat Sifatnya. 8, 23663–23676.
- Marniati, Jahring, & Yuliani, W. (2021). Pengaruh Kemandirian Belajar Terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas VIII SMP Negeri 1 Loea. *Arus Jurnal Pendidikan*, 1(2), 35–40. <https://doi.org/10.57250/ajup.v1i2.5>
- UYGUN-ERYURT, T. (2020). Conception and development of inductive reasoning and mathematical induction in the context of written argumentations. *Acta Didactica Napocensia*, 13(2), 65–79. <https://doi.org/10.24193/adn.13.2.5>
- Vebrian, R., Putra, Y. Y., Saraswati, S., & Wijaya, T. T. (2021). Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Literasi Matematika Kontekstual. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(4), 2602. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i4.4369>
- Widiati, Y., Kamid, & Anggerein, E. (2020). Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Ditinjau Dari Persepsi Siswa Terhadap Materi Operasi Aljabar di Kelas VII Smp. *JP3M (Jurnal Penelitian Pendidikan Dan Pengajaran Matematika)*, 6(2), 83–90. <https://doi.org/10.37058/jp3m.v6i2.1951>